

## Esempi di minimizzazione mediante il metodo di Quine McCluskey

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,1,4,5,13,14)$$

$G_0^0$	0000	0	√
$G_1^0$	0001	1	√
	0100	4	√
$G_2^0$	0101	5	√
$G_3^0$	1101	13	√

$G_0^1$	000-	0,1	√
	0-00	0,4	√
$G_1^1$	0-01	1,5	√
	010-	4,5	√
$G_2^1$	-101	5,13	

$$G_0^2 \quad 0-0- \quad 0,1,4,5$$

Il termine 14 non è riducibile, è un implicante primo

Il termine 5,13 non è riducibile, è un implicante primo

Il termine 0,1,4,5 non è riducibile, è un implicante primo

Gli implicanti primi della f sono:

$$P0(14) = abcd'$$

$$P1(5,13) = bc'd$$

$$P2(0,1,4,5) = a'c'$$

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,1,4,5,13,14)$$

	0	1	4	5	13	14
P0						*
P1	*			*	*	
P2	*	*	*	*		

P0 è essenziale poiché è l'unico a coprire 14

P1 è essenziale poiché è l'unico a coprire 13

P2 è essenziale poiché è l'unico a coprire 0,1,4

$$f(a,b,c,d) = P0 + P1 + P2 = abcd' + bc'd + a'c'$$

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,4,5,6,7,8,9,13,15)$$

$G_0^0$	0000	0	✓	$G_0^1$	00-0	0,2	✓	$G_0^2$ 0--0    0,2,4,6 $G_1^2$ 01--    4,5,6,7 $G_2^2$ -1-1    5,7,13,15 Implicanti primi
	0010	2	✓		0-00	0,4	✓	
$G_1^0$	0100	4	✓		-000	0,8		
	1000	8	✓		0-10	2,6	✓	
	0101	5	✓	$G_1^1$	010-	4,5	✓	
$G_2^0$	0110	6	✓		01-0	4,6	✓	
	1001	9	✓		100-	8,9		
	0111	7	✓		01-1	5,7	✓	
$G_3^0$	1101	13	✓	$G_2^1$	-101	5,13	✓	
$G_4^0$	1111	15	✓		011-	6,7	✓	
					1-01	9,13		
				$G_3^1$	-111	7,15	✓	
					11-1	13,15	✓	

Implicanti Primi: P0(0,8) = a'b'c'    P1(8,9) = ab'c'    P2(9,13) = ac'd

P3(0,2,4,6) = a'd'    P4(4,5,6,7) = a'b    P5(5,7,13,15) = bd

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,4,5,6,7,8,9,13,15)$$

	0	2	4	5	6	7	8	9	13	15
P0	*						*			
P1							*	*		
P2								*	*	
P3	*	*	*		*					
P4			*	*	*	*				
P5				*	*			*		*

P3 è essenziale poiché è l'unico a coprire 2  
 P5 è essenziale poiché è l'unico a coprire 15  
 Vengono eliminate le righe P3 e P5  
 Insieme iniziale di copertura = {P3, P5}

	8	9
P0	*	
P1	*	*
P2		*
P4		

P1 domina P0 e P2  
 Vengono eliminate P0 e P2

	8	9
P1	*	*

Insieme di copertura {P1, P3, P5}

$$f(a,b,c,d) = P1 + P3 + P5 = ab'c' + a'd' + bd$$

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,8,10,11) + d(4,6,7)$$

$G_0^0$	0000	0	✓	$G_0^1$	00-0	0,2	✓
	0010	2	✓	$G_0^1$	0-00	0,4	✓
$G_1^0$	0100	4	✓		-000	0,8	✓
	1000	8	✓	$G_1^1$	0-10	2,6	✓
$G_2^0$	0110	6	✓	$G_1^1$	-010	2,10	✓
	1010	10	✓		01-0	4,6	✓
$G_3^0$	0111	7	✓		10-0	8,10	✓
	1011	11	✓	$G_2^1$	011-	6,7	✓
					101-	10,11	✓

$G_0^2$  0--0 → 0,2,4,6  
 $G_1^2$  -0-0 → 0,2,8,10  
 Implicanti primi

Implicanti Primi: P0(6,7) = a'bc      P1(10,11) = ab'c  
                          P2(0,2,4,6) = a'd'      P3(0,2,8,10) = b'd'

$$f(a,b,c,d) = \Sigma(0,2,8,10,11) + d(4,6,7)$$

	0	2	8	10	11	
P0						P0 non copre termini di $\Sigma$
P1				*	*	P1 è essenziale poiché è l'unico a coprire 11
P2	*	*				P2 non è essenziale
P3	*	*	*	*		P3 è essenziale poiché è l'unico a coprire 8

Poiché P1 e P3 coprono tutti gli 1 di f, l'insieme di copertura è {P1,P3}

$$f(a,b,c,d) = P1 + P3 = ab'c + b'd'$$

## Esempio 1 di ricerca della copertura minima

	m1	m2	m3	m4	m5	m6	m7	
P1	*	*		*				P3 è essenziale poiché è l'unico a coprire m3 e m7.
P2		*				*		
P3			*		*		*	Dalla tabella degli implicanti primi vengono eliminati P3 e gli mi coperti da esso.
P4	*	*				*		
P5		*		*	*	*		Insieme di copertura = {P3}

	M1	M2	M4	M6	
P1	*	*	*		P4 domina P2 P2 può essere eliminato
P2		*		*	
P4	*	*		*	Insieme di copertura = {P3}
P5		*	*	*	

## Esempio 1 di ricerca della copertura minima

	M1	M2	M4	M6
P1	*	*	*	
P4	*	*		*
P5		*	*	*

M2 domina gli altri mintermini

M2 può essere eliminato

Insieme di copertura = {P3}

	M1	M4	M6
P1	*	*	
P4	*		*
P5		*	*

La tabella degli implicanti primi è ciclica

Per coprire M1, M4 e M6 abbiamo tre possibili coperture:

(P1, P4) oppure (P1, P5) oppure (P4, P5)

Se ad esempio P1 ha il maggior numero di letterali, la copertura sarà {P3, P4, P5}

## Esempio 2 di ricerca della copertura minima

	M1	M2	M3	M4	M5	M6
P1	*	*				*
P2		*		*	*	
P3		*				*
P4			*		*	
P5	*			*		*

P4 è essenziale poiché è l'unico a coprire M3.

Dalla tabella degli implicanti primi vengono eliminati P4 e gli Mi coperti da esso.

Insieme di copertura = {P4}

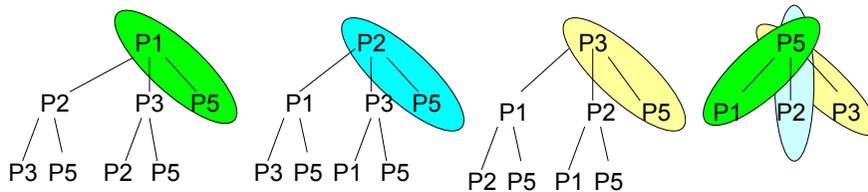
	M1	M2	M4	M6
P1	*	*		
P2		*	*	
P3		*		*
P5	*		*	*

La tabella degli implicanti primi è ciclica

Insieme di copertura = {P4}

## Esempio 2 di ricerca della copertura minima

Applichiamo il metodo del branch & bound per trovare gli altri implicanti da aggiungere a P4



Se P1, P2 e P3 hanno uguale numero di letterali la copertura dovrà contenere oltre a P4, P5 e uno qualsiasi tra P1, P2 e P3.

In caso contrario, la copertura dovrà contenere, oltre a P4 e P5, l'implicante (tra P1, P2 e P3) con il minor numero di letterali.

## Esempio 3 di ricerca della copertura minima

	M1	M2	M3	M4	M5	M6
P1	*	*				
P2				*	*	
P3			*			*
P4		*				*
P5	*		*		*	*

P2 è essenziale poiché è l'unico a coprire M4.

Dalla tabella degli implicanti primi vengono eliminati P2 e gli Mi coperti da esso.

Insieme di copertura = {P2}

	M1	M2	M3	M6
P1	*	*		
P3			*	*
P4		*		*
P5	*		*	*

P5 domina P3

P3 può essere eliminato

Insieme di copertura = {P2}

## Esempio 3 di ricerca della copertura minima

	M1	M2	M3	M6
P1	*	*		
P4		*		*
P5	*		*	*

P2 è un implicante essenziale secondario poiché è l'unico a coprire M3.

Dalla tabella degli implicanti primi vengono eliminati P5 e gli Mi coperti da esso.

Insieme di copertura = {P2, P5}

	M2
P1	*
P4	*

Se P1 e P4 hanno lo stesso numero di letterali, uno qualsiasi dei due può essere scelto.

Altrimenti, verrà scelto quello con il minor numero di letterali.